

数学パズルを用いた文系生徒が じっくり考える授業の実践とその課題

明治大学大学院先端数理科学研究科先端メディアサイエンス専攻

藤田 祥一

2021/6/15

東京都高等学校数学教育研究会 授業研究会

はじめに

- 実は今年度から、教員免許状を取得後**初めて**教壇に立つことになった
- 4月に授業を受け持つから、まだ**7回**しか実践をしていないため、研究発表と言いながら**研究ベースの話にまだ持つて**行けていない
- 今回の発表では、実践報告が主になってしまうことをご了承ください

発表概要

私立上野学園中学校・高等学校にて授業を担当している
数学演習Ⅰという授業の中で、数学パズルなどを題材にして
文系生徒が一定時間じっくり考えて、考えたことをアウトプットする
取り組みを毎週行っている

本発表では、授業教材、授業方法、生徒の反応について
いくつかご紹介すると共に今後の課題や構想についてご報告する

数学演習Ⅰの概要

- 高校2年次に文系生徒が**国語**、**英語**、**数学**の3つの中から必ず1つ選択して受講する科目
- 文系3クラス合同で展開
- シラバスには
「**实用数学検定準2級の取得を目指して1年間勉強する**」
と記載されている
- 授業日は月曜1,2限目(2コマ連続)
 - 本来は1コマ50分であるが、緊急事態宣言中は**45分**の短縮授業となっている

受講者について

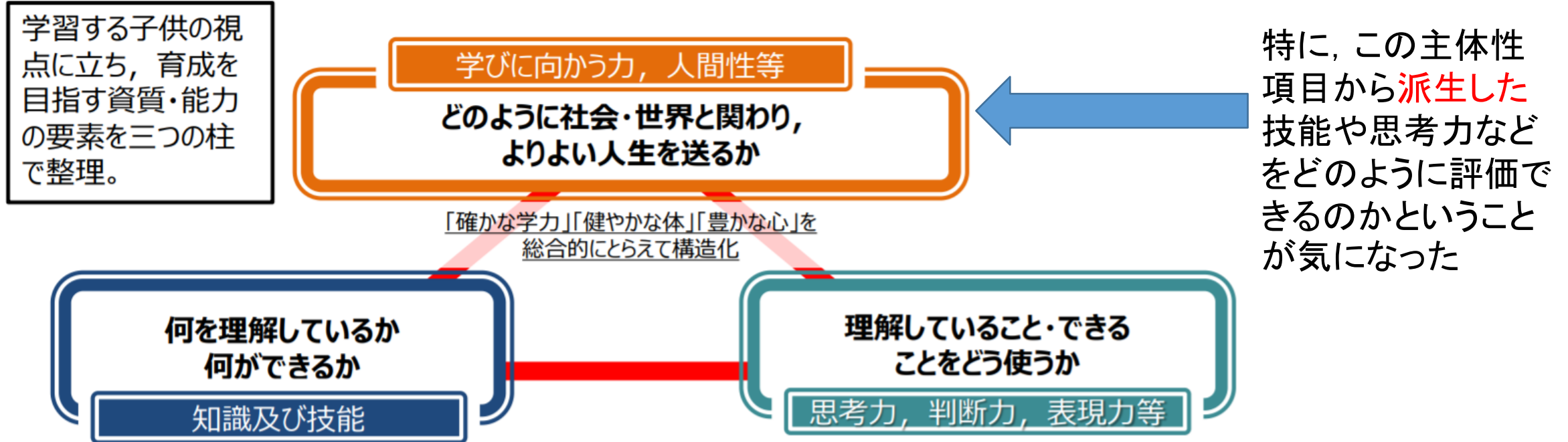
- 受講者数は33名
- 生徒は皆さん真面目で、授業中は藤田の話を静かに聞いてくれる
(ONとOFFの切り替えは自分で管理できると思われる)
- 担当している文系生徒のカリキュラムでは、
「数学II・B」を履修しないことになっている
- 受講者は全員iPadを個人所有しており、
ロイロノート・スクールが利用できる環境

授業で実践している内容

数学パズルや数検準2級2次試験にある
思考力や読解力を問う問題を
1~2問プリントで用意をして、
そのプリントを2コマかけてじっくり考えて
人に説明できるまで理解を深めていく
という授業を毎週実施

この授業を実施しようと思ったきっかけ

- ・ 来年度に控える新学習指導要領に向けて、新しい評価について議論するための題材が必要ではないかと思った



本当のきっかけ ①

- 生徒にとってはおそらく高校生活最後（さらには人生最後）の数学の授業が**従来の演習**のような知識・技能の復習で済ませて良いのかという疑問を4月初旬に持った
 - 昨年までの傾向で、演習受講者の中で数検を受けた人は**少ない傾向にある**という情報も数学科の先生から仕入れた
 - このままでは数学の**苦しいイメージ**しか持たない若者をまた世に出してしまうのではないか・・・
- 最後かもしれない数学の学びを少しでも**楽しく**、かつ数学の**奥深さを伝えられる**授業にできないかという点から本実践を始めた

注) 藤田はプリント演習や知識・技能の育成を**否定している**訳ではない

本当のきっかけ ②

文系生徒でもあることから、数学を題材に今後生きていく中で必要となる

- ・ **長時間**同じ問題に向き合って取り組み続ける力
- ・ **多面的**に物事を考える力
- ・ 考えを文章や言葉で**他人に表現**する力
- ・ 他者と**協力して結論**を得る力

も授業の中で育てたいという願いもあった

校長からも

「彼ら彼女らに**数学的な見方・考え方**をどう伝えていくかを考えてほしい」と背中を押された

授業の流れ

- 5分 諸連絡, プリント配布
- 15分 **個人**で問題に取り組む時間
- 25分 4~5人グループで**協議**
(グループ内での1つの結論・解答を作成することが目標)
- 休憩
- 10分 グループ協議(続き)
- 20分 **サイコロ**により発表者1人を選びグループ協議の内容を報告
(1回の授業で2~3人発表者を選ぶ)
- 12分 問題の**解説**及び問題に**隠れる数学的な背景**を説明
- 3分 プリントの振り返りを記入, プリントの写真を**ロイロノート**で提出

授業を行う上で藤田が大切にしていること

- 「正解にたどり着くことが目標ではない」と生徒に伝える続ける
 - できる・できないを気にさせず，自由な発想をさせたい
- 考えの表現方法は問わない
 - 文章化する際は絵・図・表何でも使って考えたことを表現して良い
- 一人ひとりが授業内で考えたことを他人へ伝えられるように努力させる
 - ランダムで発表者を決めることによりアウトプットの目的意識をもたせている
- 授業者が数学の話題を楽しむ
 - 授業者がやっていて楽しくない話題が生徒も楽しい訳がないという藤田の精神
- 成績評価を生徒へ気にさせない
 - 教員側にとって望ましい解答や考え方を生徒に探させたくない

4月・5月で扱った教材内容

教材は「代数」「論証」「幾何」の順でローテーションして話題を提供

- 4/19 3つのバケツを用いた水の計量(油分け算)
- 4/26 2色のシールを使った論理パズル
- 5/10 面積比による図形の分割問題
- 5/17 2つの砂時計を使った時間の計測,
無理数の整数部分・小数部分とその計算
- 5/31 数当てゲーム(ヒット&ブロー, マスターマインド)
- 6/7 直線距離の計測方法の検討
- 6/14 三角比の復習(定義の確認, ちょっと難しめな問題演習)

教材例①

問題 1 : 土地を 6:5:4:3:2:1 に分割するには？

父親が、6人の娘たちに遺言状を残しました。そこには、財産の土地をどのような割合で6人姉妹に相続するかと、土地を分割する際の決まりが記されていました。

相続する割合は長女が6、次女が5、三女が4、四女が3、五女が2、六女が1で、分割する際の決まりとは直線3本で分割しなければならないというものでした。

父親がもっていた土地は、縦が70メートルで、横が90メートルの長方形であります。どのように分割すればよいでしょうか？ ただし、土地の計測は、5メートル単位で行なうものとします。

問題 2 : 次の値はいくつ？

正の実数 x に対して、 x を超えない最大の整数を x の整数部分、 x から x の整数部分をひいた値を x の小数部分といいます。例えば、 $\sqrt{2}$ ($= 1.414\dots$) については、 $1 < \sqrt{2} < 2$ より、 $\sqrt{2}$ の整数部分は 1、 $\sqrt{2}$ の小数部分は $\sqrt{2} - 1$ となります。

$\sqrt{12}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、次の値を求めてみよう。

(1) $a^2 + b^2$

(2) $a^3 + b^3 + 3b^2a + 3a^2b$

(3) $b^2 + 3b + 6\sqrt{2}$

(4) $\frac{a^2}{b^2}$



教材例②

さきこさんとゆうたさんは、次のような数当てゲームをしています。

1. さきこさんは、4桁の数を決めて紙に書く。ただし、どの位の数字も異なり、0は含まないものとする。
2. ゆうたさんは、さきこさんが書いた4桁の数を予想して伝える。
3. さきこさんは、ゆうたさんが予想した4桁の数で、位も数字も当たっている数字の個数と、位は違うが数字が当たっている数字の個数をヒントとして伝える。
4. ゆうたさんは、さきこさんのヒントをもとに、再び数を予想する。

例えば、さきこさんが書いた4桁の数が2891で、ゆうたさんが予想した数が1852とすると、さきこさんはゆうたさんに、位も数字も当たっている数字は1個、位は違うが数字が当たっている数字は2個と伝えます。

ゆうたさんは6回目の予想で、さきこさんが書いた4桁の数を当てました。下の表は、ゆうたさんが5回目までに予想した数と、それに対するさきこさんのヒントです。

回数	ゆうたさんの予想	さきこさんのヒント	
		位も数字も当たっている	位は違うが数字は当たっている
1回目	1234	0個	1個
2回目	5678	0個	2個
3回目	3456	1個	2個
4回目	3596	0個	4個
5回目	9653	1個	3個

このとき、さきこさんが書いた4桁の数はいくつでしょうか？

授業で数学パズルを用いる良さ

- 数学の前提知識の有無に依らず、手を動かして試行錯誤することができる
 - 文系生徒でも取り組みやすい内容となる
 - 試行結果も残りやすいので、グループ協議でも意見が交わしやすい
- 日常生活の小さな出来事や身近な物が題材になっている
 - 親近感がわきやすく問題内容が理解しやすい
- 一見簡単そうに見えるけど難しい問題となっている
 - 数学的思考力に近い能力を使える
- 数学の分野に繋がりがやすい
 - しっかりパズルを分析すると数I・Aの内容も絡んでくる
 - 整数論・論証・三角比など

授業で数学パズルを用いる欠点

- 生徒はやはり**楽しい授業**で終わってしまう
 - 解くべき課題(パズル)が解けただけで満足してしまう
 - 数学に関連する話題を楽しんでもらうことは授業を成り立たせる上で重要となるがその先の考察まで向かせるには…
- 1つの答えが**必ず**存在する
 - 答え方は(別解は)たくさんあるが、最終的には正答のゴールにたどり着くことが目的になるため、自由な発想にも**限度**がある(有限な解答のみ)
- 毎週、生徒にとって未知な問題を考察し、教材を提供しようとするとき
開発**コスト**がそれなりに掛かる
 - 授業は教材が命と言えども…

生徒の振り返り

- 生徒に配布するプリントの最後に振り返り欄を設けている
- 内容は3つ
 - 今日の数学の学びは役に立つと思えましたか？（5段階評価）
 - 今日の数学は楽しかったですか？（5段階評価）
 - 自由記述欄
- 生徒にはできるだけ振り返りも書いて、ロイロノートで提出するようにしている（演習プリント自体は**提出が義務**）

6回の振り返り集計結果①

今日の数学の学びは役に立つと思われましたか？

	1	2	3	4	5	無解答
4月19日	0	2	5	6	7	13
4月26日	0	2	11	13	6	1
5月10日	0	4	15	7	4	3
5月17日	0	3	13	6	5	6
5月31日	0	1	10	6	6	10
6月7日	1	2	10	4	6	10

6回の振り返り集計結果②

・今日の数学は楽しかったですか？

	1	2	3	4	5	無解答
4月19日	1	1	2	9	7	13
4月26日	1	0	9	11	11	1
5月10日	0	2	17	6	5	3
5月17日	0	4	8	10	5	6
5月31日	0	0	4	8	11	10
6月7日	0	2	12	4	5	10

自由記述の一部

- 沢山頭を使ったので疲れました。分かったときはスッキリしたけど、考えを文章にまとめるのは難しかった。（4/26より）
- 普通にとにかく問題を解くような感じじゃなくて、楽しみながら授業をする事ができてとても楽しかったです。（4/26より）
- 問1を解くことができたので楽しかった。
分かった瞬間の喜びのためにたくさん考えた結果だと思う。（5/10より）
- 前回よりも答えが合っているかはともかく、答えに近づくことができたなと感じています。（5/17より）
- 今までで一番自分に合った問題だなと感じました。
色々なパターンを応用させながら考えることは難しいけど、解けるととてもスッキリしました。（5/31より）

⇒振り返りに書いてあるコメントは全て読んでコメントを返すようにしている

藤田の主観による所見

- 月曜1,2限の授業でありながら、生徒は手を動かして考えている様子が見られた
- 個人ワークの段階で解けている生徒はほとんどいないが、グループ協議に入ると1時限の終了時には教員がヒントを出すことなく正解に近い考えを大体の生徒が持っている状況になっていた
(休み時間でも問題について他者と会話する姿も見られた)
- 個人の時間に自分一人で考えられない生徒やそもそも文章内容が理解できない生徒も見られた(特にシールの問題は多かった)
- グループ協議に積極的に参加できない生徒も何人かいる
(コミュニケーションの問題と思われる)

現状の大きな課題

授業を通して生徒が取り組み・学んだ姿を
どう**客観的**に成績評価するか

- 特に、来年度からの**新観点別評価**に沿って、この授業の取り組みを評価することはできないのか
- 33人の生徒に対して藤田1人しか教員がいないため、授業中の生徒の発言や変容を全て組んで評価に繋げることは困難
 - 車椅子のため机間指導がそもそも困難という現状も重なっている
- この手の取り組みはそもそも生徒を評価しがたいという問題もあるのでは

今後の方針・研究開発

- 紙試験によって新観点別評価に記載されている内容が評価可能な試験問題・試験方法の開発
 - 生徒にとって**初見**となる話題を題材とした問題の検討
 - 複数の大問から**自由**に問題を選択させる(大問5つの中から2つなど)
 - 解答が複数ある, 解答そのものが1つに定まらないような**オープンエンドな問題**を開発
 - 採点は点数評価ではなく, 項目別にC~Aといった段階別評価を検討
- **実技試験**の位置づけに値するような試験を検討
 - 数学に関する興味ある話題について各自プレゼン資料を作成し, 全受講者の前で披露する
 - 受講者のレベルに合わせて数学的な説明できているかなどを評価対象にして全受講者が**公平**に発表者を評価できる試験方式を検討

まとめ①

- 本発表では、毎週実施している
「数学パズルや思考力や読解力を問う問題を2コマかけてじっくり考えて人に説明できるまで理解を深めていく」
授業の実践報告を行なった
- 生徒の活動の姿や振り返りの自由記述を見ると、
回を重ねるごとに少しずつではあるが
数学に対する見方・考え方が**広がってきて**いたり、
考えを文章で表現したり他者に伝えたりすることに**抵抗がなくなっ**てきて
いるように藤田は感じる

まとめ②

- 今後も毎授業、数学的な話題を**提供し続ける**ことで、1年間を通して生徒が「数学に対する見方」や「思考の変容」などがどのように変化していったのか**継続して観察する**
- 授業での生徒の活動を観点別評価に照らし合わせてどのように**客観的な指標に基づいて**成績評価をしていくか従来の紙試験の方式にとらわれ過ぎない形で検討していくことが今後の大きな検討課題となる
 - 生徒が見ても自分の能力が客観的に判定されたと思えることが望ましい

本授業での大きな教育目標

生徒が今後人生の中で数学が必要になったとき、
数学を嫌がることなく前向きに学習していける
モチベーションを自ら持てるようにする

⇒ 数学への抵抗感をできるだけこの1年で小さくして、
(論理的に)考えることの楽しさを生徒が感じられるようにする

参考文献

- 長尾 篤志(2018), 新学習指導要領に対応した学習評価(高等学校編)
- 実用数学技能検定準2級 過去問
<https://www.su-gaku.net/suken/examination/summary/j2q/>
- Newtonライト2.0(2020), 数学パズル 辛口編 解ければ天才！
超難問数学パズル
- Newtonライト2.0(2020), ろんりパズル 論理的思考が養われる
38の謎解き問題

今後参考にしたい著書

- 東京法令出版(1989), 心を揺する楽しい授業 話題源数学